

**Подборка задач по
основным темам заданий вступительных работ для 6 класса**

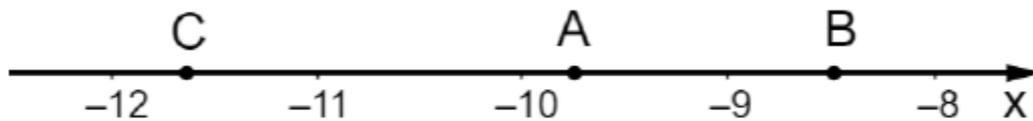
Проект «Математическая вертикаль»

1. Вычисления и сравнение чисел.
2. Задачи на координатной прямой.
3. Делимость. Деление с остатком. Свойства и признаки делимости.
4. Стандартная задача на части, проценты и пропорции.
5. Задачи на движение. Отношение скоростей.
6. Задачи, решаемые с помощью уравнения.
7. Задачи на логику. Логика и таблицы. Логические высказывания.
8. Задачи на нахождение площади и периметра.
9. Геометрическая задача на составление и разрезание фигур.
10. Задача на целые числа, делители и кратные, простые числа.
11. Задача на пространственное мышление. Объём и площадь поверхности куба, прямоугольного параллелепипеда. Развёртки.
12. Текстовая задача повышенного уровня сложности.

Тема 2

Задачи на координатной прямой

1. На числовой оси отметили три точки А, В, С.

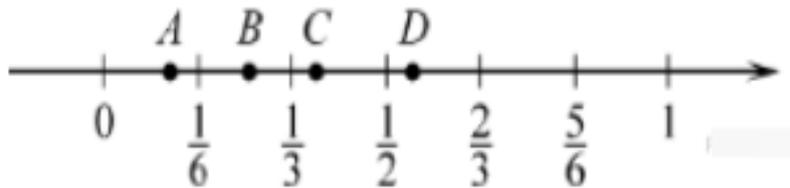


Координаты этих точек находятся среди чисел

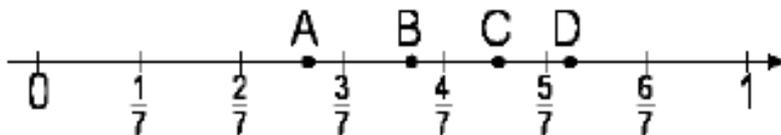
-11,6; -9,8; -12,3; -10,2; -8,5.

Запишите эти координаты в бланк ответов в порядке А, В, С.

2. Вася нарисовал координатную прямую, направив ее слева направо. Он отметил на ней точки А(2,1), В(2,7), С(3,2), D(1,2), Е(1,8). Какая из них расположена на прямой четвертой слева?
3. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу 0,375. Какая это точка?



4. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу 0,375. Какая это точка?



5. О числах a , b , c и d известно, что $a < b$, $b = c$, $d > c$. Сравните числа d и a .

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) $d = a$
- 2) $d > a$
- 3) $d < a$
- 4) Сравнить невозможно

6. Известно, что $0 < a < 1$. Выберите наименьшее из чисел.

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) a^2

- 2) a^3
 3) $-a$
 $\frac{1}{-}$
 4) a

7. Известно, что $a < b < 0$. Выберите наименьшее из чисел.
 В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) $a - 1$
 2) $b - 1$
 3) ab
 4) $-b$

8. Числа a и b отмечены точками на координатной прямой. Расположите в порядке возрастания числа $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ и 1.

В ответе укажите номер правильного варианта.

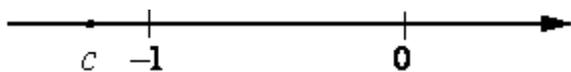


- 1) $\frac{1}{a}$; 1; $\frac{1}{b}$
 2) $\frac{1}{b}$; 1; $\frac{1}{a}$
 3) $\frac{1}{a}$; $\frac{1}{b}$; 1
 4) 1; $\frac{1}{b}$; $\frac{1}{a}$

9. Какому из данных промежутков принадлежит число $\frac{5}{9}$?
 В ответе укажите номер правильного варианта.

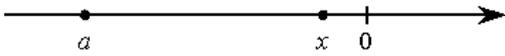
- 1) $[0,5;0,6]$
 2) $[0,6;0,7]$
 3) $[0,7;0,8]$
 4) $[0,8;0,9]$

10. На координатной прямой отмечено число c . Расположите в порядке убывания числа c , c^2 и $\frac{1}{c}$.
 В ответе укажите номер правильного варианта.



- 1) c^2 ; c ; $\frac{1}{c}$
 2) c^2 ; $\frac{1}{c}$; c
 3) c ; c^2 ; $\frac{1}{c}$
 4) c ; $\frac{1}{c}$; c^2

11. На координатной прямой отмечены числа a и x .



Какое из следующих чисел наименьшее?

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) $a + x$
- 2) $\frac{x}{a}$
- 3) $-a$
- 4) $a - x$

12. На координатной прямой отмечено число a .

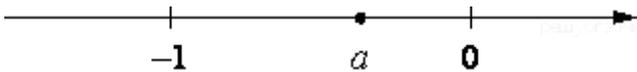


Найдите наименьшее из чисел a^2, a^3, a^4 .

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) a^2
- 2) a^3
- 3) a^4
- 4) не хватает данных для ответа

13. На координатной прямой отмечено число a .



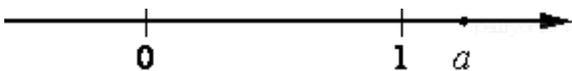
$a - 1, \frac{1}{a}, a$.

Расположите в порядке возрастания числа

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) $a, \frac{1}{a}, a - 1$
- 2) $a, a - 1, \frac{1}{a}$
- 3) $a - 1, a, \frac{1}{a}$
- 4) $\frac{1}{a}, a - 1, a$

14. На координатной прямой отмечено число a .



Найдите наибольшее из чисел a^2, a^3, a^4 .

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) a^2
- 2) a^3
- 3) a^4
- 4) не хватает данных для ответа

15. Известно, что a и b — положительные числа и $a > b$. Сравните $\frac{1}{a}$ и $\frac{1}{b}$.

В ответе укажите номер правильного варианта.

$$1) \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$

$$2) \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$$

$$3) \frac{1}{a} = \frac{1}{b}$$

4) сравнить невозможно

$$\frac{6}{13}; \frac{8}{17}; 0,42; 0,45$$

16. На координатной прямой точками отмечены числа



Какому числу соответствует точка B?

$$1) \frac{6}{13}$$

$$2) \frac{8}{17}$$

$$3) 0,42$$

$$4) 0,45$$

17. Какое из данных ниже чисел принадлежит отрезку $[3; 4]$?

$$1) \frac{45}{19}$$

$$2) \frac{19}{52}$$

$$3) \frac{19}{68}$$

$$4) \frac{19}{77}$$

Тема 3.

Делимость

- Ковбой Джо зашел в бар и попросил у бармена бутылку виски за 3 доллара, трубку за 6 долларов, три пачки табака и 9 коробок непромокаемых спичек, цену которых он не знал. Бармен потребовал 11 долларов 80 центов, на что Джо вытащил револьвер. Бармен сосчитал снова и исправил ошибку. Как Джо догадался, что бармен пытался его обсчитать?
- Коля и Петя купили одинаковые беговые лыжи. Сколько стоит пара лыж, если Петя уплатил стоимость лыж 3-х рублевыми ассигнациями, Коля – 5-ти рублевыми, а всего они дали в кассу меньше 15 купюр?
- Коля и Вася живут в одном доме, на каждой лестничной клетке которого 4 квартиры. Коля живет на пятом этаже, в квартире 83, а Вася - на 3-ем этаже в квартире 169. Сколько этажей в доме?
- Костин дедушка очень любит давать ему задачи на числа. Вот одна из его задач:
Дано пятизначное число 25762. Какую цифру и на каком месте надо дописать, чтобы полученное число делилось на 36?
- Какую цифру нужно приписать к числу 97 справа и слева, чтобы полученное число делилось на 27?
- Делимое в шесть раз больше делителя, а делитель в шесть раз больше частного. Чему равны делимое, делитель и частное?
- В команде рептилий были только черепашки. Черепашек было больше 50-ти, но меньше 100. На церемонии открытия Олимпийских Игр Зверей эту команду никак не удавалось построить рядами по 2, 3, или 4 животных, так как одного животного всегда не хватало в последнем ряду. Поэтому

- пришлось построить команду черепашек рядами по 5 животных в каждом ряду. Сколько всего черепашек было в команде рептилий?
8. Докажите, что произведение любых трех последовательных натуральных чисел делится на 6.
 9. Докажите, что произведение любых пяти последовательных чисел делится: а) на 30; б) на 120.
 10. Вася написал на доске пример на умножение двух двузначных чисел, а затем заменил в нем все цифры на буквы, причем одинаковые цифры – на одинаковые буквы, а разные – на разные. В итоге у него получилось $AB \cdot VG = DDDE$. Докажите, что он где-то ошибся.
 11. Найдите остатки от деления 9^{100} на 8.
 12. Найдите последнюю цифру числа 1989^{1989} .
 13. На какую цифру оканчивается число 777^{777} ?
 14. Найдите остаток от деления 2^{100} на 3.
 15. а) $a + 1$ делится на 3. Докажите, что $4 + 7a$ делится на 3.
б) $2 + a$ и $35 - b$ делятся на 11. Докажите, что $a + b$ делится на 11.
 16. Найдите наименьшее число, дающее следующие остатки: 1 – при делении на 2, 2 – при делении на 3, 3 – при делении на 4, 4 – при делении на 5, 5 – при делении на 6.
 17. К числу 15 припишите слева и справа по одной цифре так, чтобы полученное число делилось на 15.
 18. Сколько имеется четырехзначных чисел, которые делятся на 45, а две средние цифры у них – 97?
 19. При каких a число $\overline{875a}$ делится на 6?
 20. Пусть a, b, c, d – различные цифры. Докажите, что $\overline{cdcdcdcd}$ не делится на \overline{aabb} .
 21. Не отрывая карандаша от бумаги и не проводя по одной линии дважды, начертить. Определите, какие фигуры можно построить, а какие нельзя.

Тема 3.1

ДЕЛИМОСТЬ. Признаки делимости

Натуральное число делится на **2, 5** тогда и только тогда, когда его последняя цифра **соответственно** делится на 2, 5.

Натуральное число делится на **4, 25** тогда и только тогда, когда две его последние цифры образуют число, кратное **соответственно** 4, 25.

Натуральное число делится на **8** тогда и только тогда, когда три его последние цифры образуют число, кратное 8.

Натуральное число делится на **3, 9** тогда и только тогда, когда сумма его цифр **соответственно** кратна 3, 9.

Задачи для обсуждения

1. Пятизначное число $\overline{34a4b}$ кратно 12, но не кратно 9. Найдите цифры a и b .
2. Говорят, что если удастся в слове ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕ заменить разные буквы на разные цифры так, что полученное число окажется простым, то в школе произойдет настоящее землетрясение. Получится ли это устроить?

Задачи для самостоятельного решения

1. Запишем подряд цифры от 1 до 9, получим число 123456789. Простое оно или составное? Изменится ли ответ в задаче, если каким-то образом поменять порядок цифр в этом числе?

2. Составьте из цифр 0, 1, 2 (все три цифры обязаны присутствовать) одно шестизначное число которое будет кратно: **а)** 5 и 3; **б)** 9 и 2.

3. Не выполняя деления, определите делится ли на 12 число **а)** 32761698; **б)** 32561696?

4. Вовочка написал в тетради число 65349*0712 в качестве примера числа, которое делится: **а)** на 9; **б)** на 3. (На месте звёздочки когда-то была написана цифра, а теперь там пятно от сладкого чая.) Помогите Вовочке восстановить пропущенную цифру. Укажите все возможные варианты!

5. В числе некоторые цифры заменены звёздочками. Найдите все такие числа, что **а)** $12*37$ кратно 3; **б)** $7253*$ кратно 4; **в)** $12*3*$ кратно 45; **г)** $19*4*$ кратно 36; **д)** $71*1*$ кратно 15.

6. Автомат печатает на полоске бумаги цифры «4» по одной. Удастся ли остановить его так, чтобы было напечатано число, кратное 8?

7. Делится ли число $10^{2007} + 8$ на 9?

8. Чтобы открыть сейф, нужно ввести код — семизначное число, состоящее из двоек и троек. Сейф откроется, если двоек в коде больше, чем троек, а сам код делится и на 3, и на 4. Какой код может открывать сейф? Найти все возможные коды.

9. Число n записано $2k$ единицами и k семёрками. Доказать, что число $(n+6)$ – составное.

10. Может ли число, составленное из ста двоек, ста единиц и ста нулей, быть точным квадратом натурального числа?

*Произведение всех натуральных чисел от 1 до n называется **факториалом** числа n и обозначается $n!$.*

11. Известно, что $28! = 3048883446117138*0501504000000$. Найдите цифру, заменённую звездочкой.

12. Найдите последнюю цифру числа $1! + 2! + 3! + \dots + 2007!$

13. Вася нашёл число $100! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 99 \cdot 100$, затем сложил в этом числе все цифры. Получилось новое число, в котором он опять сложил все цифры, и так далее, пока не получилось однозначное число. Какое?

Теорема о делении с остатком: Пусть a и b - два целых числа, причем $b > 0$. Существует единственная пара целых чисел q и r , таких что $a = b \cdot q + r$, где $0 \leq r < b$.

При этом q называется **частным (или неполным частным)**, r – **остатком** от деления a на b

Задачи для обсуждения

1. Можно ли равенства **а)** $19 = 3 \cdot 5 + 4$; **б)** $20 = 3 \cdot 4 + 8$ прочитать как запись деления с остатком?
2. Найдите остаток от деления на 7 чисел: **а)** $a = 7k + 3$; **б)** $b = 7n - 2$; **в)** $c = 14m + 2$; **г)** $d = 14x + 23$ (k, n, m, x – целые).
3. Какой остаток может давать число $a = 3k + 2$ при делении на 12?
4. Запишите условие в виде равенств из теоремы о делении с остатком: «Число a дает остаток 1 при делении на 5 и остаток 4 при делении на 7».
5. Если яблоки раскладывать в пакетики по 5 штук, то останется два лишних яблока. А если разложить в пакетики по 3 штуки, то лишнее яблоко будет одно. Сколько лишних яблок останется, если упаковывать их в коробки по 15 яблок?

Задачи для самостоятельного решения

1. Мама послала Васю в магазин за булками по 22 рубля насколько хватит денег. На сдачу Вася хочет купить леденцов по 5 рублей. На какое наибольшее количество леденцов он может рассчитывать?
2. Яблоки разложить в пакетики по 3, при этом не будет ни одного лишнего. Могло ли при упаковке этих же яблок в пакетики по 6 остаться 2 лишних яблока?
3. Яблоки можно упаковать по 7, при этом будет лишь одно лишнее. Могло ли при упаковке яблок по 28 остаться 2 лишних яблока?
4. Натуральное число при делении на 15 дает остаток 7. Какой остаток дает это число при делении на 5?
5. Если яблоки раскладывать в пакетики по 3 штуки, то 1 яблоко останется лишним, а если по 2 штуки, то лишних не будет. Сколько останется лишних яблок, если их раскладывать в пакетики по 6 штук?
6. Известно, что число a при делении на 2 дает остаток 1, а при делении на 3 – остаток 2. Найдите остаток от деления числа a на 6.
7. Известно, что число a дает остаток 4 при делении на 15, а число b дает остаток 9 при делении на 12. Какой остаток дает число $(a+b)$ при делении на 3?
8. Известно, что число a при делении на 6 дает остаток 3, а при делении на 4 – остаток 1. Найдите остаток от деления числа a на 12.
9. Существует ли такое целое число, которое при делении на 12 дает остаток 11, а при делении на 18 – остаток 1?

Дополнительные задачи

10. Найдите все числа, при делении которых на 7 в частном получится то же число, что и в остатке.

11. При делении некоторого числа m на 13 и на 15 получили одинаковые частные, но первое деление было с остатком 8, а второе – без остатка. Найдите число m .

12. Джо и Джек играют в такую игру: Джек называет три цифры, а Джо из них составляет однозначное, двузначное или трёхзначное число, делящееся на 3. Если это ему удаётся, Джек платит Джо 12 долларов, а если нет, Джо платит Джеку 1000 долларов. За кого бы вы играли в эту игру?

13. В стране есть 99 городов с названиями 1, 2, 3, 4, ..., 99. Путешественник обнаружил, что два города соединены авиалинией в том и только в том случае, если сумма названий этих двух городов, делится на 5. Можно ли добраться из города 1 в город 97 (не обязательно за один перелет)?

14. У Змея Горыныча 71 голова. Если Иван Царевич срубает одну голову, то вырастают еще 4 головы, а если срубает 7 голов, вырастет еще одна. Если срубить любое другое число голов, то вырастет столько же, сколько срубили. Какое наименьшее число голов может остаться у Змея Горыныча?

Тема 4

Стандартная задача на части, проценты и пропорции.

1. Периметр прямоугольника равен 76 см. Найдите площадь прямоугольника, если длины его сторон относятся как 15:4.
2. Колония бобров состоит из 20 животных: взрослых бобров и бобрят. Плотину строят только взрослые бобры (бобрята не строят). После того, как к этой колонии присоединились еще 8 взрослых бобров, скорость строительства плотины увеличилась в три раза. Сколько было в колонии бобрят? Все бобры строят с одинаковой скоростью.
3. Несколько ребят ходили в лес собирать грибы. Если Миша отдаст треть своих грибов Ване, то у Вани и у каждого из остальных ребят (кроме Миши) грибов станет поровну – у каждого в два раза меньше, чем осталось у Миши. Если же вместо этого Миша отдаст все свои грибы Коле, то у Коли станет столько же грибов, сколько у всех остальных ребят вместе взятых. Сколько ребят ходили собирать грибы?
4. Золушке помогают 18 мышек и синичек. При этом фасоль перебирают только мышки. После того, как к ним присоединились еще 20 мышек, скорость перебирания фасоли увеличилась в три раза. Сколько было синичек? Все мышки перебирают фасоль с одинаковой скоростью.
5. Несколько гномов под Горой добывали алмазы. Если Торин отдаст половину своих алмазов Фили, то у всех гномов алмазов станет поровну. Если же вместо этого Торин отдаст все свои алмазы Двалину, то у Двалина станет столько же алмазов, сколько у всех остальных гномов вместе взятых. Сколько гномов добывали алмазы?
6. Бригада рабочих состоит из 20 человек: плотников и землекопов; причем в копании ям участвуют только землекопы. После того, как в бригаду наняли ещё 12 землекопов, скорость копания ям увеличилась в три раза. Сколько в бригаде плотников? Все землекопы копают с одинаковой скоростью.
7. Учебники составляют $\frac{1}{3}$ всех книг школьной библиотеки, а учебники поматематике – $\frac{5}{24}$ всех книг. Сколько процентов составляют учебники НЕ по математике от всех учебников?
8. В магазине за три дня продали 20 тонн картофеля. В первый день продали на 2 тонны меньше, чем во второй, а в третий – $\frac{2}{3}$ того, что продали в первый и во второй вместе. Сколько тонн картофеля продали во второй день?
9. Стороны прямоугольника периметра 64 см относятся, как 3:5. Его разрезали на два одинаковых прямоугольника. Чему в кв.см равна площадь каждой из полученных частей?
10. Стороны прямоугольника периметра 78 см относятся, как 5:8. Его разрезали на два одинаковых прямоугольника. Чему в кв.см равна площадь каждой из полученных частей?

11. Даша, накопив 290 рублей, хотела купить пенал, но этих денег ей не хватило. Через несколько дней пенал уценили на 10%, и девочка смогла его купить, получив сдачу 2 рубля. Сколько первоначально стоил пенал?

Тема 5

Задачи на движение. Отношение скоростей

Задачи для обсуждения

1. Дорога от дома до школы занимает у Пети 20 минут. Однажды по дороге в школу он вспомнил, что забыл ручку. Если теперь он продолжит свой путь с той же скоростью, то придет в школу за 3 минуты до звонка, а если вернется за ручкой – то, идя с той же скоростью, опоздает к началу урока на 7 минут. Какую часть пути он прошёл до того, как вспомнил о ручке?

2. Ослик, пройдя четверть моста, вдруг услышал гудок подъезжающей к мосту машины. Если он пойдет дальше, то машина догонит его в конце моста, а если повернет обратно, то встретит машину в начале моста. Найдите отношение скоростей ослика и машины.

3. Из пункта А в пункт В выехал велосипедист. Одновременно из пункта В в пункт А навстречу велосипедисту вышел пешеход. После их встречи велосипедист повернул обратно, а пешеход продолжил свой путь. Известно, что велосипедист вернулся в пункт А на 30 минут раньше пешехода, при этом его скорость была в 5 раз больше скорости пешехода. Сколько времени затратил пешеход на путь из В в А?

Задачи для самостоятельного решения

1. Мост состоит из 8 секторов. Пройдя три сектора моста, ослик Иа-Иа заметил сзади на дороге автомобиль, идущий со скоростью 60 км/ч. Если ослик побежит назад, то встретится с автомобилем в начале моста, а если вперед, то автомобиль нагонит его в конце моста. С какой скоростью бежит Иа-Иа?

2. Вася шел встречаться с Мишей в кафе. Пройдя две трети пути от дома до кафе, он вспомнил, что забыл дома деньги. Если Вася продолжит идти в кафе, то придет туда на 25 минут раньше Миши. А если вернется домой за деньгами, то придет на 15 минут позже Миши. Сколько времени занимает у Васи дорога от дома до кафе?

3. Из пунктов А и В одновременно навстречу друг другу выехали мотоциклист и велосипедист. Доехав до середины пути, мотоциклист развернулся и поехал в А. Доехав до А, он вновь развернулся и поехал к В. Ровно на середине пути он встретил велосипедиста. Найдите отношение скоростей мотоциклиста и велосипедиста.

4. Из пунктов А и В одновременно навстречу друг другу выехали мотоциклист и велосипедист. Скорость мотоциклиста втрое больше скорости велосипедиста. Проехав три четверти пути, мотоциклист

развернулся и поехал снова в город А. Доехав до города А, он вновь поехал навстречу велосипедисту. На каком расстоянии от города А они встретятся?

5. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми равно 48 км, выехал мотоциклист, одновременно с ним из В в А выехал велосипедист. Мотоциклист доехал до В, развернулся, вернулся в А, развернулся и снова поехал навстречу велосипедисту. На каком расстоянии от А они встретятся, если их скорости относятся как 4:1?

6. Без ореха (от дупла до орешника) белка бежит со скоростью 4 м/сек, а с орехом (от орешника до дупла) – со скоростью 2 м/сек. На путь от дупла до орешника и обратно она тратит 54 секунды. Найдите расстояние от дупла до орешника. Ответ обоснуйте.

7. Собака погналась за лисицей, которая была на расстоянии 30 метров от нее. Скачок собаки равен 2 м, скачок лисицы – 1 м. В то время как лисица делает 3 скачка, собака делает 2 скачка. Какое расстояние должна пробежать собака, чтобы догнать лисицу?

8*. Из пунктов А и В одновременно навстречу друг другу выехали грузовик (из А) и автобус (из В). Через час оказалось, что грузовик находится точно посередине между пунктом А и автобусом, ещё через час они оказались на одинаковом расстоянии от пункта А. Найдите отношение скоростей грузовика и автобуса.

9*. Из пунктов А и В одновременно навстречу друг другу выехали мотоциклист и велосипедист. Через час оказалось, что велосипедист находится посередине между мотоциклистом и В, а еще через час велосипедист оказался посередине пути между А и В. Во сколько раз его скорость меньше скорости мотоциклиста? Рассмотрите два случая: 1) мотоциклист выезжает из А; 2) мотоциклист выезжает из В.

Тема 6

Задачи, решаемые с помощью уравнения.

1. Дима, Семён, Вася и Миша собирали табуретки. К каждой табуретке нужно прикрутить 4 ножки. Дима прикрутил больше всех – 19 ножек, а Семён меньше всех – 10 ножек. Сумма количества ножек, прикрученных Васей и Мишей, делится нацело на 5. Сколько табуреток собрали ребята? (У всех собранных табуреток ровно 4 ножки)
2. В магазине за три дня продали 20 тонн картофеля. В первый день продали на 2 тонны меньше, чем во второй, а в третий – $\frac{2}{3}$ того, что продали в первый и во второй вместе. Сколько тонн картофеля продали во второй день?
3. Прямоугольник разрезали на два меньших прямоугольника. Оказалось, что у одной части площадь в три раза больше, чем у другой, а периметр – в два раза больше. Чему равна большая сторона первоначального прямоугольника, если меньшая сторона равна 6?
4. У Пети и Саши 25 наклеек. У Пети наклеек в 4 раза больше, чем у Саши. Сколько наклеек у Пети, а сколько у Саши?
5. Какое число в четыре раза больше суммы своих цифр?
6. Моему брату через 2 года будет вдвое больше лет, чем ему было 2 года назад, а моя сестра через 3 года будет втрое старше, чем была 3 года назад. Кто из них старше?
7. Вася купил 5 тетрадей, и у него осталось 10 рублей. А на 10 тетрадей ему не хватило бы 10 рублей. Сколько стоит тетрадь? Сколько денег было у Васи?

8. У Пети есть коробка с солдатиками. Петя может расставить солдатиков в две шеренги и в три шеренги. А когда он расставляет солдатиков в пять шеренг, то два солдатика оказываются лишними. Сколько могло быть у Пети солдатиков (попробуйте найти два или три решения)?
9. Если группа школьников будет садиться на скамейки по четыре человека, то один школьник останется стоять. А если они сядут по пятеро на скамейку, то одна скамейка останется свободной. Сколько учащихся было в группе и сколько было скамеек?

Тема 7

Логика. Таблицы

Задачи для обсуждения

1. В соревнованиях по бегу Саша, Гена и Вася заняли три первых места. Какое место занял каждый, если известно, что Гена занял не второе и не третье место, а Саша не третье?»

2. Кто-то из троих детей разбил вазу. Мама спросила, кто это сделал.

Ваня: «Не Миша. Не я»;

Миша: «Это я. Это не Коля»;

Коля: «Миша все врёт. Это не он».

Мама знает, что каждый по разу солгал. Кто разбил вазу?

Задачи для самостоятельного решения

1. Ира и Оля имеют фамилии Иванова и Петрова. Ира на два года младше Ивановой. Какую фамилию имеет каждая из девочек?

2. Ася, Юля и Яна спросили, какие оценки они получили за зачет. Учитель сказал: «Двоек в вашем классе нет. У вас троих разные оценки, причем у Юли не «тройка», у Яны не «тройка» и не «пятерка»». Кто какую оценку получил?

3. Аня, Вера и Лиза живут на разных этажах трехэтажного дома. Аня живет не на верхнем этаже, а Вера – не на втором и не на третьем. На каком этаже живет каждая из девочек?

4. Артем, Боря и Витя пошли в лес за грибами, каждый со своей сестрой – Галей, Диной и Евой. Мальчики порой помогали девочкам собирать грибы, причем к собственной сестре никто не подходил. Витя несколько грибов бросил в корзину Еве, а Боря – в корзину Дине и Еве. Назовите сестру каждого мальчика.

5. Аня, Боря, Коля, и Оля родились 1 марта, 25 мая, 1 июня и 19 марта. Девочки родились в одном месяце, а дни рождения Коли и Оли в начале месяца. Назовите дату рождения каждого.

6. Артур, Боря, Ваня и Гена учатся в разных классах начальной школы – 1, 2, 3 и 4. Гена – не первоклассник, он перешел в тот класс, в котором в прошлом году учился Боря, а класс Вани старше Бориного. Кто в каком классе?

7. В термосе, стакане, кувшине и банке находятся молоко, сок, квас и вода. Вода и сок не в термосе; в банке не квас и не вода; стакан стоит между банкой и сосудом с соком. В каком сосуде находится каждая из жидкостей?

8. У троих рабочих фамилии Кузнецов, Маляров и Плотников, они работают кузнецом, маляром и плотником. «Забавно, ни один из нас не работает по специальности, от которой произошла его фамилия» – сказал плотник. «А ведь и правда!» – удивился Маляров. Кем работает каждый из них?

9. Одна из трех сестер испекла торт. Девочки попросили маму угадать, кто испек торт, если одна из них скажет правду, а двое солгут. Они сказали:

Маша: – торт испекла Даша.

Даша: – торт испекла Глаша.

Глаша: – я испекла торт.

Помогите маме угадать, кто испек торт, и кто сказал правду.

10. Юра поменял колпачки у красного, синего и желтого фломастеров. Ни один колпачок не оказался на своем месте. Синий колпачок – на красном фломастере. А какие колпачки на желтом и синем фломастерах?

11. Малыш, Карлсон и фрекен Бок ели плюшки. Их спросили, кто из них съел последнюю плюшку.

Малыш ответил: – Я не ел. Карлсон не ел.

Карлсон ответил: – Это не я. Это фрекен Бок.

Фрекен Бок ответила: – Малыш не ел. Съел Карлсон.

Оказалось, что один из них дважды сказал правду, другой дважды солгал, третий один раз сказал правду и один раз солгал. Кто из них съел последнюю плюшку? И кто сколько раз сказал правду?

Дополнительные задачи

12. Друзья Алёша, Боря и Витя учатся в одном классе. Один из них ездит домой из школы на метро, другой – на автобусе, третий – на троллейбусе. Однажды после уроков Алёша пошёл проводить своего друга до остановки автобуса. Когда мимо них проезжал троллейбус, третий друг крикнул из окна: «Боря, ты забыл в школе тетрадку!» Кто на чём ездит?

13. Петр, Геннадий, Алексей и Владимир занимаются в детской спортивной школе в разных секциях: гимнастики, легкой атлетики, волейбола и баскетбола. Петр, Алексей и волейболист учатся в одном классе. Петр и Геннадий на тренировки ходят пешком вместе, а гимнаст ездит на автобусе. Легкоатлет не знаком ни с волейболистом, ни с баскетболистом. Кто в какой секции занимается?

14. Задумано натуральное число от 1 до 10. О нем высказали следующие утверждения: 1) Оно кратно 3; 2) 18 делится на это число; 3) Это число сосед 2 или 5; 4) Это число не превышает 7; 5) Это число больше 3; 6) Это число является решением одного из уравнений: $3x-6=x$ или $2-x=x-16$; 7) Число кратно 5 или 4; 8) Оно находится между 2 и 7; 9) Оно меньше 6 или больше 8; 10) Это число 5.

Какое число задумано, если верных утверждений **а) 4; б) 7; в) 2?**

Тема 7.1

Логические высказывания

1. В кафе встретились три друга: скульптор Белов, скрипач Чернов и художник Рыжов. «Замечательно, что один из нас блондин, другой – брюнет, а третий – рыжий, и при этом ни у одного из нас цвет не соответствует фамилии» – заметил черноволосый. «Ты прав» – сказал Белов. Определите цвет волос художника.

2. Три подружки были на выпускном балу в белом, красном и голубом платье. Их туфли были тех же трёх цветов. Только у Тамары цвета платья и туфель совпадали. Валя была в белых туфлях. Ни платье, ни туфли Лиды не были красными. Определите цвета платьев и туфель у подруг.
3. Кондратьев, Давыдов и Федоров живут на одной улице. Один из них – столяр, другой – маляр, третий – водопроводчик. Недавно маляр хотел попросить своего знакомого столяра сделать кое-что для своей квартиры, но ему сказали, что столяр работает в доме водопроводчика. Известно также, что Федоров никогда не слышал о Давыдове. Кто чем занимается?
4. Три товарища – Владимир, Игорь и Сергей – окончили один и тот же педагогический институт и преподают математику, физику и литературу в школах Тулы, Рязани и Ярославля. Владимир работает не в Рязани, Игорь – не в Туле. Рязанец преподаёт не физику, Игорь – не математику, туляк преподаёт литературу. Какой предмет и в каком городе преподаёт каждый из них?
5. Познакомимся с тремя людьми: Алешиним, Беляевым и Белкиным. Один из них – архитектор, другой – бухгалтер, третий – археолог. Один живёт в Белгороде, другой – в Брянске, третий в Астрахани. Требуется узнать, кто где живёт и у кого какая профессия.
Белкин бывает в Белгороде лишь наездами и то весьма редко, хотя все его родственники постоянно живут в этом городе.
У двух из этих людей названия профессий и городов, в которых они живут, начинаются с той же буквы, что и их имена.
Жена архитектора доводится Белкину младшей сестрой.
6. На улице, став в кружок, разговаривают четыре девочки: Аня, Валя, Галя и Нина. Девочка в зеленом платье (не Аня и не Валя) стоит между девочкой в голубом платье и Ниной. Девочка в белом платье стоит между девочкой в розовом платье и Валей. Какое платье на каждой из девочек?
7. За круглым столом сидели четыре студента. Филолог сидел против Козина, рядом с историком. Математик сидел рядом с Волковым. Соседи Шатрова – Егоркин и физик. Какая профессия у Козина?
8. Петр, Геннадий, Алексей и Владимир занимаются в детской спортивной школе в разных секциях: гимнастики, легкой атлетики, волейбола и баскетбола. Петр, Алексей и волейболист учатся в одном классе. Петр и Геннадий на тренировки ходят пешком вместе, а гимнаст ездит на автобусе. Легкоатлет не знаком ни с волейболистом, ни с баскетболистом. Кто в какой секции занимается?
9. В междугороднем автобусе едут шесть пассажиров: Агеев, Боков, Власов, Громов, Дубов, Елисеев. Живут они в разных городах: в Москве, Ленинграде, Туле, Киеве, Риге и Одессе. Известно, что:
 - а) Агеев и москвич – врачи, Дубов и ленинградец – учителя, Власов и туляк – инженеры.
 - б) Боков и Елисеев – участники Великой Отечественной войны, а туляк в армии никогда не служил.
 - в) рижанин старше Агеева, а одессит старше Власова. Боков и москвич выйдут в Киеве, а Власов и рижанин намерены выйти в Виннице.Определите фамилию, профессию и место жительства каждого пассажира.
10. Задача. Три клоуна Бим, Бам и Бом вышли на арену в красной, зеленой и синей рубашках. Их туфли были тех же цветов. У Бима цвета рубашки и туфель совпадали. У Бомы ни туфли, ни рубашка не были красными. Бам был в зеленых туфлях, а в рубашке другого цвета. Как были одеты клоуны?
11. Когда Аня, Женя и Нина спросили, какие им поставлены оценки за контрольную работу по математике, учительница ответила: «Попробуйте догадаться сами, если я скажу, что в вашем классе двоек нет, а у вас троих оценки разные; причём у Ани – не 3, у Нины – не 3 и не 5». Какую оценку получила каждая из учениц?
12. Коля, Боря, Вова и Юра заняли первые четыре места в спортивном соревновании. На вопрос, какие места они заняли, они ответили:
 - 1) Коля не занял ни первое, ни четвертое места.
 - 2) Боря занял второе место.

3) Вова не был последним.

Какое место занял каждый мальчик?

13. В летний лагерь приехали отдыхать три друга: Миша, Володя и Петя. Известно, что каждый из них имеет одну из следующих фамилий: Иванов, Семёнов, Герасимов. Миша не Герасимов. Отец Володи – инженер. Володя учится в 6 классе. Герасимов учится в 5 классе. Отец Иванова – учитель. Какая фамилия у каждого из трёх друзей?

14. В одной деревне живут три школьника: Саша, Коля и Петя. Они осваивают сельскохозяйственные профессии. Один из них готовится стать трактористом, другой – садовником, третий – комбайнёром. В разное время были записаны следующие сказанные ими фразы:

- 1) Петя, ты меня не жди, я должен осмотреть свой комбайн, ведь скоро начнётся уборка.
- 2) Смотрел я вчера, Коля, как ты ухаживаешь за машиной, и подумал, что держать машину в отличном состоянии не легче, чем мне вывести новый сорт яблок.
- 3) Завтра, Коля, не приходи, я буду регулировать работу молотилки у комбайна.

Какой сельскохозяйственной профессией овладевает каждый из ребят?

15. Четыре друга: Владимир, Андрей, Александр и Михаил решили отдохнуть на Канарских островах. Поехав на остров Тенерифе, они поселились все в разных отелях: «Тропикаль», «Конкордия», «Флорида», «Ла Паз».

Известно что:

- 1) Владимир проводил своих друзей в отель «Ла Паз» и отель «Тропикаль»;
- 2) человек, поселившийся в отеле «Ла Паз», - лучший друг Андрея;
- 3) житель отеля «Флорида» встречается с Владимиром и Михаилом у моря;
- 4) Андрей приходит обедать в отель «Флорида» к своему товарищу.

Кто в каком отеле живёт?

16. В начале лета школьники организовали сельскохозяйственную бригаду для работы на пришкольном участке и избрали бригадира, заместителя бригадира и звеньевых первого, второго и третьего звеньев. Их имена: Аня, Боря, Вася, Гриша и Дина. Звеньевая первого звена решила подружиться со звеньевой второго звена. Дина удивилась, узнав, что бригадир и звеньевая второго звена – брат и сестра. Гриша дружит с бригадиром и его заместителем. У Васи нет сестёр. Назовите должности каждого из ребят.

17. В симфонический оркестр приняли на работу трех музыкантов: Брауна, Смита и Вессона, умеющих играть на скрипке, флейте, альте, кларнете, гобое и трубе. Каждый из музыкантов владеет только двумя инструментами. Известно, что:

- ✓ Смит самый высокий;
- ✓ играющий на скрипке меньше ростом играющего на флейте;
- ✓ играющий на скрипке и флейте и Браун любят пиццу;
- ✓ когда между альтистом и трубачом происходят ссоры, Смит мирит их;
- ✓ Браун не умеет играть ни на трубе, ни на гобое.

На каких инструментах играет каждый музыкант?

18. На одном званом вечере среди гостей оказалось пять офицеров: пехотинец, артиллерист, летчик, связист и сапер. Один из них капитан, трое - майоры, и один полковник. Дамы окружили офицеров таким вниманием, что все остальные гости оказались просто забытыми. Из разговоров удалось выяснить следующее:

- 1) у Петра такое же звание, как и у его друга сапера;
- 2) офицер-связист и Николай - большие друзья;
- 3) офицер-летчик вместе с Владимиром и Александром недавно были в гостях у Николая;
- 4) незадолго до званого вечера у артиллериста и сапера почти одновременно вышли из строя радиоприемники. Оба обратились к Александру с просьбой зайти к ним и помочь связисту устранить неисправность, и с тех пор приемники у обоих работают отлично;

5) Николай чуть было не стал летчиком, но потом по совету своего друга-сапера избрал иной род войск;

6) Петр по званию старше Александра, а Владимир старше Николая;

7) Андрей накануне званого вечера был в гостях у Александра.

Определите звание каждого офицера и род войск, в котором он служит.

19. Три дочери писательницы Дорис Кей – Джуди, Айрис и Линда – тоже очень талантливы. Они приобрели известность в разных видах искусств – пении, балете и кино. Все они живут в разных городах, поэтому Дорис часто звонит им в Париж, Рим и Чикаго. Известно, что:

- Джуди живет не в Париже, а Линда – не в Риме;
- парижанка не снимается в кино;
- та, кто живет в Риме, певица;
- Линда равнодушна к балету.

Где живет Айрис, и какова ее профессия?

20. Один психолог решил заняться изучением того, как влияет на нервную систему человека поездка в переполненном трамвае в часы пик. Для этого он опросил по одному пассажиру с каждого из четырех маршрутов трамвая: 55, 15, 25 и 33-го. Среди опрошенных, которых звали Андрей, Петр, Виктор и Иван, оказалось по одному представителю четырех профессий: слесарь, электромонтер, маляр и фрезеровщик.

К сожалению, поездки в битком переполненном трамвае основательно истрепали нервы самому психологу. Не удивительно, что он напрочь забыл, у кого из опрошенных какая профессия и кто на каком трамвае ездит.

В памяти нашего психолога сохранились лишь бессвязные отрывки из того, что рассказал каждый из опрошенных о своем маршруте.

Вот что ему удалось припомнить:

- 1) номер трамвая, на котором ездит Виктор, начинается с единицы;
- 2) О трамвае № 33 рассказывал кто-то из рабочих-металлистов;
- 3) номер трамвая, на котором ездит фрезеровщик, составлен из таких цифр, что их сумма равна количеству букв в имени фрезеровщика;
- 4) Иван ездит на трамвае, номер которого состоит из двух одинаковых цифр;
- 5) Имя электромонтера начинается на букву «П»;
- 6) Андрей спросил психолога, где лучше сойти, чтобы пересесть на 25-й трамвай;
- 7) В памяти психолога вдруг отчетливо всплыла фраза, сказанная слесарем кому-то из пассажиров: «Вы сели не на тот трамвай, вам надо пересесть на 55-й».

Определите имя и профессию каждого пассажира, а также номер трамвая, на котором он ездит.

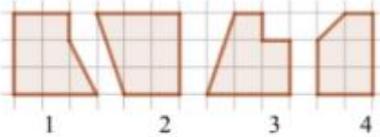
Тема 8

Задачи на нахождение площади и периметра.

Задача 8. А) (2 балла) На клетчатой бумаге нарисованы фигуры 1, 2, 3, 4. Укажите их номера в порядке увеличения площади.

В ответе необходимо указать только номера, не разделяя их пробелами или другими знаками. КОММЕНТАРИЙ. Верный ответ оценивался в 2 балла. Ответ в обратном порядке – 1 балл.

Пример: 1342.

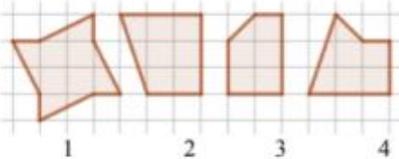


Ответ: 4312.

Б) (2 балла) На клетчатой бумаге нарисованы фигуры 1, 2, 3, 4. Укажите их номера в порядке увеличения площади.

В ответе необходимо указать только номера, не разделяя их пробелами или другими знаками.

Пример: 1342.

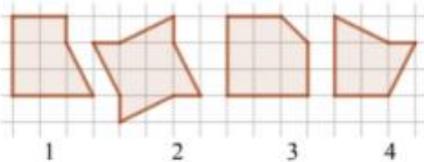


Ответ: 3421.

В) (2 балла) На клетчатой бумаге нарисованы фигуры 1, 2, 3, 4. Укажите их номера в порядке увеличения площади.

В ответе необходимо указать только номера, не разделяя их пробелами или другими знаками.

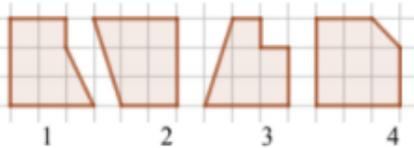
Пример: 1342.



Ответ: 4123.

Г) (2 балла) На клетчатой бумаге нарисованы фигуры 1, 2, 3, 4. Укажите их номера в порядке увеличения площади.

Пример: 1342.



Ответ: 3124.

Задача 5. А) (1 балл) Стороны прямоугольника периметра 64 см относятся как 3:5. Его разрезали на два одинаковых прямоугольника. Чему в кв. см равна площадь каждой из полученных частей?

Если ответ получился нецелым, запишите его через "/" или ",".

Пример: 5/3 или 3,8.

Ответ: 120.

Указание. Стороны прямоугольника равны 20 и 12.

Б) (1 балл) Стороны прямоугольника периметра 66 см относятся как 4:7. Его разрезали на два одинаковых прямоугольника. Чему в кв. см равна площадь каждой из полученных частей?

Если ответ получился нецелым, запишите его через "/" или ",".

Пример: 5/3 или 3,8.

Ответ: 126.

Указание. Стороны прямоугольника равны 12 и 21.

В) (1 балл) Стороны прямоугольника периметра 72 см относятся как 4:5. Его разрезали на два одинаковых прямоугольника. Чему в кв. см равна площадь каждой из полученных частей?

Если ответ получился нецелым, запишите его через "/" или ",".

Пример: 5/3 или 3,8.

Ответ: 160.

Указание. Стороны прямоугольника равны 16 и 20.

Г) (1 балл) Стороны прямоугольника периметра 78 см относятся как 5:8. Его разрезали на два одинаковых прямоугольника. Чему в кв. см равна площадь каждой из полученных частей?

Если ответ получился нецелым, запишите его через "/" или ",".

Пример: 5/3 или 3,8.

Ответ: 180.

Указание. Стороны прямоугольника равны 15 и 24.

Задача 4. А) (1 балл) Ширина прямоугольника, равная 6 см, меньше длины на 18 см. Найдите (в см) сторону квадрата, площадь которого равна площади прямоугольника.

Ответ: 12.

Указание. $6 \cdot 24 = 144$.

Б) (1 балл) Ширина прямоугольника, равная 8 см, меньше длины на 10 см. Найдите (в см) сторону квадрата, площадь которого равна площади прямоугольника.

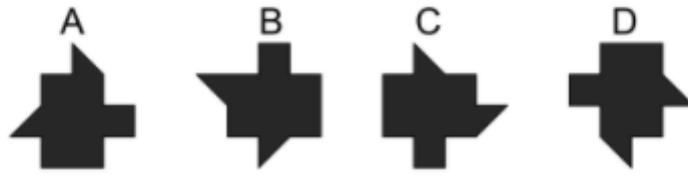
Ответ: 12.

Указание. $8 \cdot 18 = 144$.

10. (3 балла) Прямоугольник разрезали на два меньших прямоугольника. Оказалось, что у одной части площадь в три раза больше, чем у другой, а периметр — в два раза больше. Чему равна большая сторона первоначального прямоугольника, если меньшая сторона равна 6?

10. (3 балла) Прямоугольник разрезали на два меньших прямоугольника. Оказалось, что у одной части площадь в четыре раза больше, чем у другой, а периметр — в два раза больше. Чему равна большая сторона

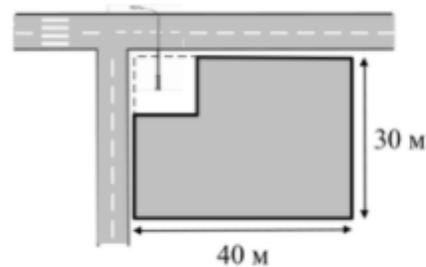
6. (1 балл) Какие две из фигур совмещаются наложением? В ответе укажите буквы, соответствующие этим фигурам.



6. (1 балл) Какие две из фигур совмещаются наложением? В ответ укажите буквы, соответствующие этим фигурам.

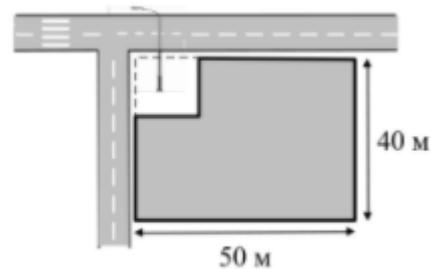


8. (3 балла) Прямоугольный участок земли имел в длину 40 метров, а в ширину 30 метров. Для установки уличного фонаря на углу дороги от этого участка «отрезали» квадрат площади 25 м^2 так, как это показано на рисунке. Найдите длину забора, которым владелец окружил новый участок.



Ответ: 140 метров.

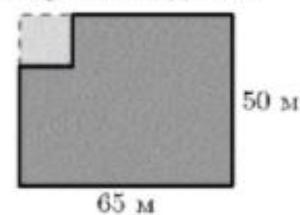
8. (3 балла) Прямоугольный участок земли имел в длину 50 метров, а в ширину 40 метров. Для установки уличного фонаря на углу дороги от этого участка «отрезали» квадрат площади 25 м^2 так, как это показано на рисунке. Найдите длину забора, которым владелец окружил новый участок.



Ответ: 180 метров.

□ 8. (3 балла) Иван Васильевич собирался устроить огород на участке земли длиной 65 метров, а шириной 50 метров. Потом он решил на углу участка устроить детскую площадку для внуков – и для этого выделил квадрат земли площадью 100 м^2 (см. рисунок). Найдите длину забора, которым Ивану Васильевичу нужно теперь отгородить свой огород.

Рисунок к задаче 8



7. (1 балл) На окраску всех граней одного кубика Саша расходует 12 граммов краски. Сколько граммов краски потребуется Саше, чтобы со всех сторон окрасить фигурку из кубиков, изображенную на картинке?



Тема 9

Разрезания и терамино

1. Разделите фигуру (рис.5) на три равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам квадратов.

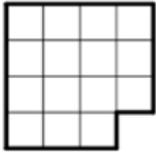


Рис. 5

2. Разделите фигуру (рис.6) на четыре равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам квадратов.

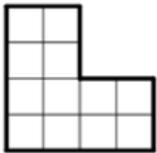


Рис. 6

3. Разделите фигуру (рис.7) на четыре равные части так, чтобы линии разрезов шли по сторонам квадратов. Найдите как можно больше решений.

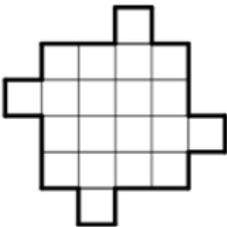
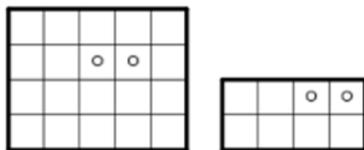


Рис. 7

4. Разрежьте фигуры, изображенные на рис.8, на две равные части по линиям сетки, причем в каждой из частей должен быть кружок.



Б)

В)

Рис. 8

5. Фигуры, изображенные на рис.9, надо разрезать по линиям сетки на четыре равные части так, чтобы в каждой части был кружок. Как это сделать?

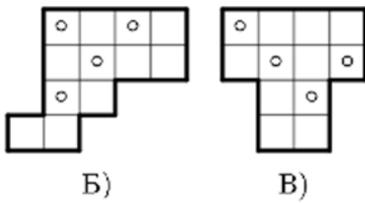
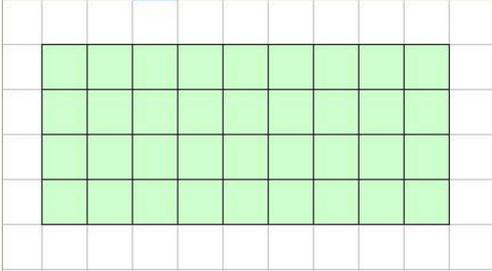
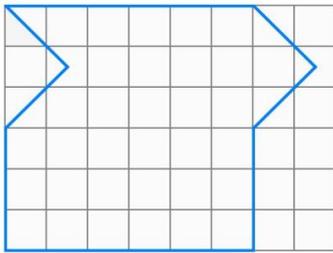


Рис. 9

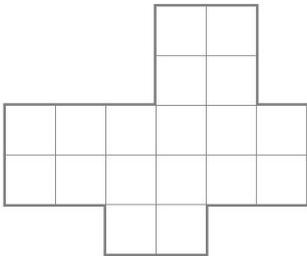
6. Имеем прямоугольник со сторонами 4 и 9 единиц. Как разрезать прямоугольник на две части так, чтобы из этих частей можно было составить квадрат?



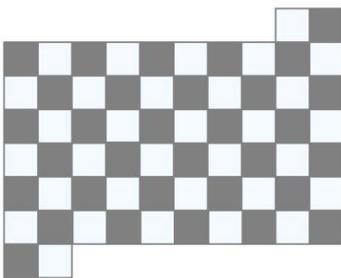
7. Разрежьте фигуру на четыре одинаковых многоугольника отличающихся по своей форме от исходной фигуры.



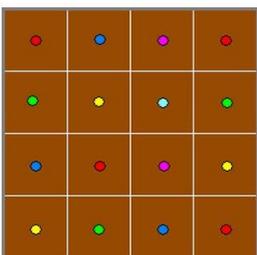
8. Попробуйте разрезать данную фигуру по границам клеток на две или на три равные части.



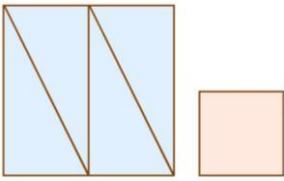
9. Разделите фигуру на две одинаковые части, и из полученных частей сложите шахматную доску.



10. Праздничный пирог разрезан на шестнадцать одинаковых квадратных кусков. Возможно ли было разрезать пирог на шесть квадратных кусков (можно даже различных размеров)? Если возможно - то каким образом это сделать?



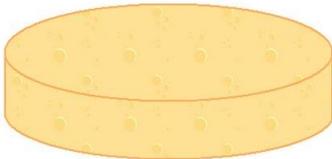
11. Перед вами два квадрата, один из которых уже разделен на четыре одинаковых треугольника. Как при помощи этих треугольников и маленького квадрата сложить один большой квадрат? Ничего больше разрезать не требуется.



12. У одной из сестер милосердия, было пять кусков красной материи, из которых она, используя все эти куски и не разрезая их более, сшила крест. Как она это сделала?



13. Попробуйте тремя движениями ножа разрезать сыр на восемь равных кусков.

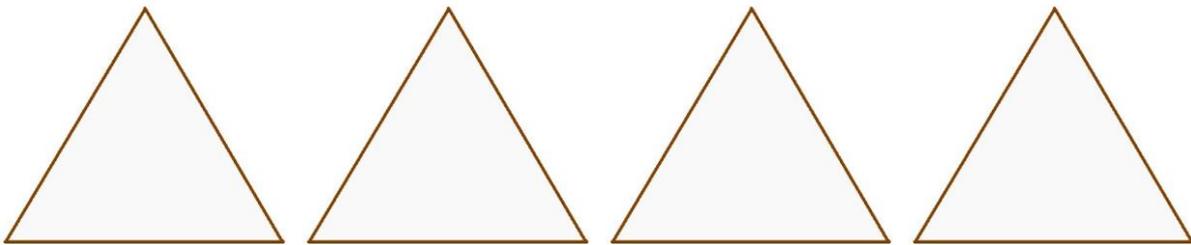


14. Разделите земельные участки поровну между дачниками. Каждая клетка (пустая или с находящимся в ней дачником) представляет собой одну сотку земли. Разделять участки необходимо по границам клеток, причем внутри каждого полученного участка должен находиться дачник.

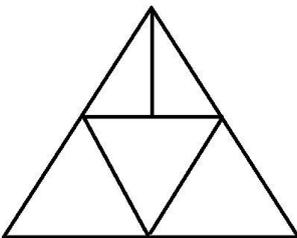


15. Разделите представленный на рисунке равносторонний треугольник следующим образом:

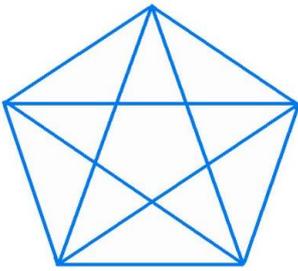
1. Тремя линиями на четыре равные части.
2. Тремя линиями на шесть равных частей.
3. Тремя линиями на три равные части.
4. Одной линией на четыре произвольные части.



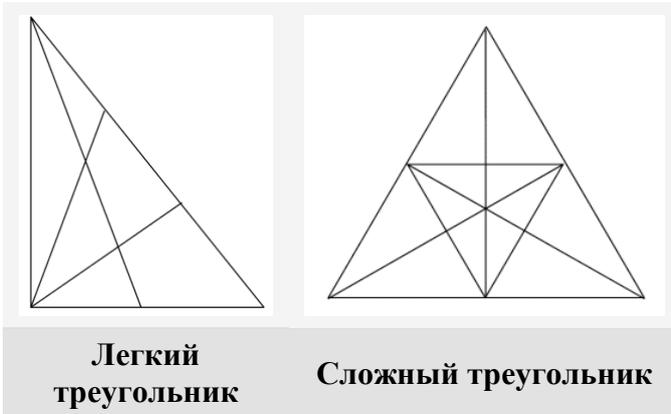
16. Сколько треугольников?



17. Сколько треугольников можно выделить в составе данной фигуры?



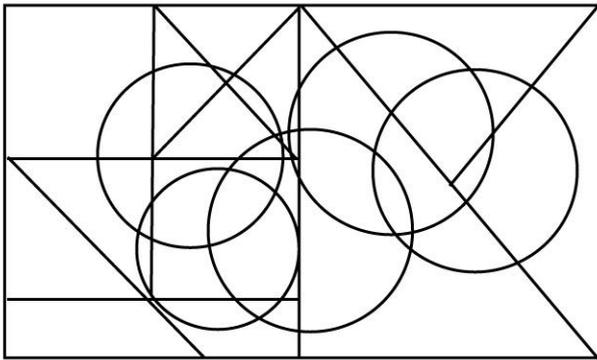
18. Посчитайте все треугольники, из которых состоят два рисунка:



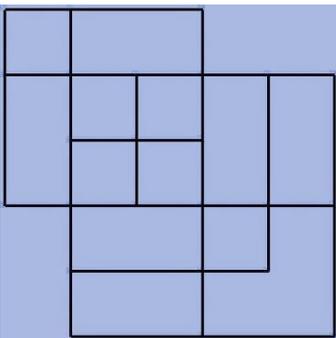
**Легкий
треугольник**

Сложный треугольник

19. Внимательно посчитайте, сколько в этой фигуре квадратов, прямоугольников, окружностей, треугольников.



20. Сосчитайте, сколько квадратов на этом рисунке?



Ссылки на разрезания:

http://www.potehechas.ru/golovolomki/golovolomki_razrezaniye.shtml

<https://5sov.livejournal.com/13656.html>

<http://www.treningmozga.com/tasks/taskscount.html>

Тема 10

Задачи на целые числа, делители и кратные, простые числа

- (a) Аня ходит в бассейн раз в два дня, Боря — раз в три дня, а Вася — раз в пять дней. Они все были в бассейне 10 марта. Укажите дату, когда Аня, Боря и Вася встретятся в бассейне в следующий раз.
- (b) Представьте число 203 в виде суммы натуральных чисел, произведение которых тоже равно 203.

Задача 3. А) (1 балл) В магазине «Первый» 1 кг риса стоит 64 рубля. А в магазине «Дальний» 1 кг риса стоит 60 рублей. Но «Первый» в соседнем доме, а до магазина «Дальний» нужно ехать на автобусе. За каким наименьшим целым количеством килограммов риса имеет смысл съездить в «Дальний», если проезд туда и обратно суммарно стоит 50 рублей?

Ответ: 13.

Б) (1 балл) В магазине «Первый» 1 кг сахара стоит 36 рублей. А в магазине «Дальний» 1 кг сахара стоит 30 рублей. Но «Первый» в соседнем доме, а до магазина «Дальний» нужно

ехать на автобусе. За каким наименьшим целым количеством килограммов сахара имеет смысл съездить в «Дальний», если проезд туда и обратно суммарно стоит 50 рублей?

Ответ: 9.

6. (1 балл) Сколько существует двузначных чисел, делящихся на 6, в записи которых нет цифр 6, 7, 8 и 9? (Числа не начинаются с 0.)

6. (1 балл) Сколько существует двузначных чисел, делящихся на 6, в записи которых нет цифр 1, 2, 3 и 4? (Числа не начинаются с 0.)

10. (3 балла) На семи складах хранится одинаковое количество ящиков. Все их можно загрузить в 11 грузовиков, каждый из которых вмещает 10 ящиков, но нельзя загрузить в 10 таких же грузовиков. Какое минимальное количество грузовиков необходимо, чтобы вывезти ящики с 5 складов?

10. (3 балла) У семерых детей есть одинаковое целое число рублей. Если они сложат свои деньги, то смогут купить 9 пирожков стоимостью по 10 рублей каждый, но не смогут купить 10 таких же пирожков. Какое максимальное количество пирожков смогут купить четверо детей, если они сложат свои деньги?

(3 балла) Андрей, Боря, Вася и Гена братья. Им 3, 8, 12 и 14 лет (кому сколько лет, неизвестно). Известно, что сумма возрастов Андрея и Бори делится на 4, а Андрея и Васи — на 5. Сколько лет Гене?

Ответ: 14 лет.

(3 балла) Андрей, Боря, Вася и Гена братья. Им 3, 8, 12 и 14 лет (кому сколько лет, неизвестно). Известно, что сумма возрастов Андрея и Бори делится на 3, а Андрея и Васи — на 5. Сколько лет Гене?

Ответ: 14 лет.

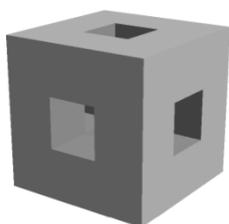
9. (3 балла) Возраст сестёр: Маши, Кати, Вари и Тани – 3, 7, 11 и 13 лет, а кому сколько лет – неизвестно. Известно только, что сумма возрастов Маши и Кати делится на 9, а сумма возрастов Кати и Вари делится на 6. Сколько лет Тане?

9. (3 балла) У юных гимнасток: Маши, Кати, Вари и Тани – 3, 8, 12 и 14 медалей, а у кого сколько – неизвестно. Известно только, что сумма медалей Маши и Кати делится на 4, а сумма медалей Кати и Вари делится на 5. Сколько медалей у Тани?

Тема 11

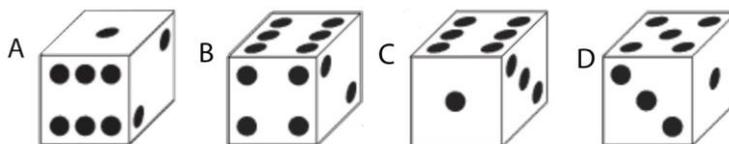
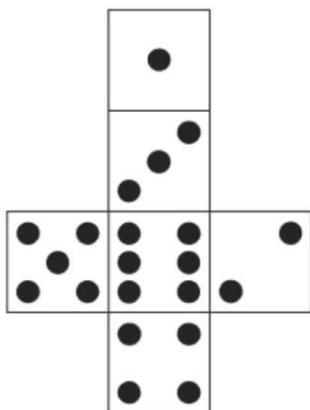
Задача на пространственное мышление. Объём и площадь поверхности куба, прямоугольного параллелепипеда. Развёртки.

1. В центре каждой грани куба со стороной 3 дециметра просверлили сквозные квадратные отверстия со стороной квадрата 1 дм. Сколько нужно краски, чтобы покрасить всю поверхность оставшейся фигуры, если на покраску квадрата со стороной 1 дм нужно 2 миллилитра краски? Красить куб изнутри тоже нужно. Ответ дайте в миллилитрах.



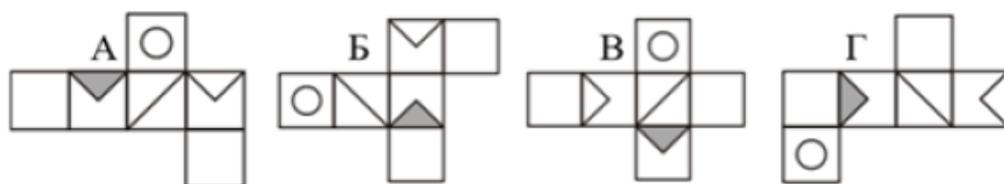
Зад.1

2. Какие из кубиков, изображённых на рисунке, имеют развёртку, нарисованную слева? В ответе укажите буквы, соответствующие этим кубикам.

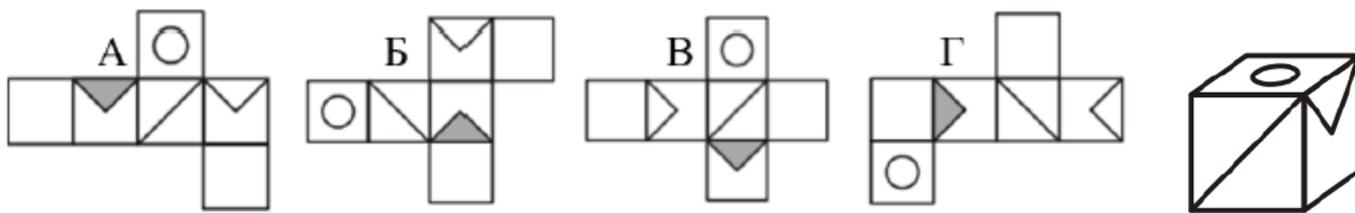


Зад.2

3. Для банка заказали сейф, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда. Высота сейфа равна 2м, ширина составляет $\frac{17}{50}$ высоты, а глубина $\frac{15}{34}$ ширины. Какое наибольшее количество слитков золота, имеющих форму куба с ребром 10 см, можно положить в этот сейф? (Слитки укладываются плотно и ровно друг на друга)
4. Из каких развёрток можно склеить куб, который выглядит так, как показано на рисунке справа? Перечислите все возможные варианты.

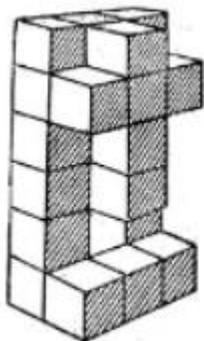


Зад.4,а



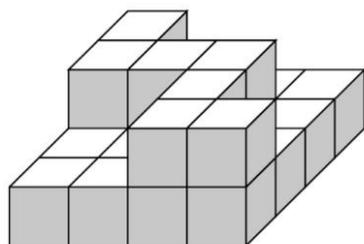
Зад.4,б

5. На покраску грани одного куба Саша тратит 2 г краски. Сколько краски понадобится на покраску поверхности фигуры из 27 кубиков, показанной на рисунке.

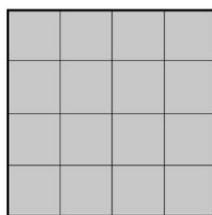


Зад.5

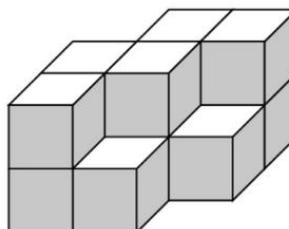
6. Какое наименьшее количество кубиков достаточно добавить к фигуре, изображенной на рисунке, чтобы получился куб?



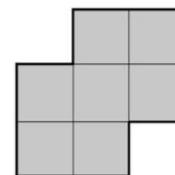
Зад.6,а



Нижняя грань

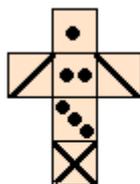


зад.6,б



Нижняя грань

7. Выберите кубик соответствующий данной развертке.



а)



б)



в)

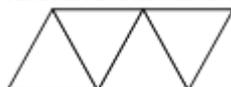


г)

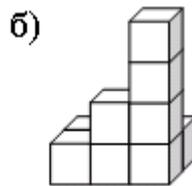
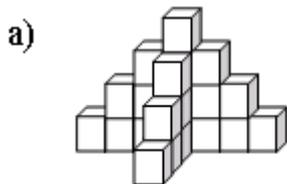


8. Нарисуйте 5 или больше разных разверток куба.

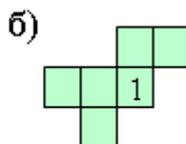
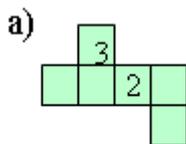
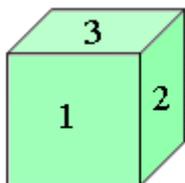
9. Буратино была бумага, с одной стороны оклеенная полиэтиленом. Он сделал заготовку, изображенную на рисунке, чтобы склеить из нее пакет для молока. Лиса Алиса сказала, что может сделать другую заготовку и склеить такой же пакет. Какую?



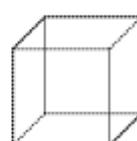
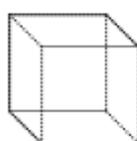
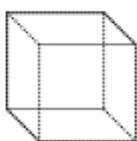
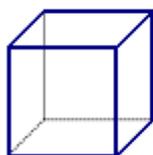
10. Изображенные на рисунке тела состоят из кубиков. Сколько кубиков в каждом из них?



11. На видимых гранях куба проставлены числа 1, 2 и 3. А на развертках – два из названных чисел или одно. Расставьте на развертках куба числа 1, 2, 3, 4, 5, 6 так, чтобы сумма чисел на противоположных гранях была равна 7.



12. Пунктирными линиями на рисунке обозначены невидимые ребра куба. Соответственно, сплошными линиями показаны видимые линии. Мы смотрели на куб справа сверху. На рисунках а, б, в, проведите сплошные линии так, чтобы куб был виден а) справа снизу; б) слева сверху; в) слева снизу.



13. Отрезок, соединяющий две наиболее удаленные друг от друга вершины куба, называется его диагональю. Как измерить диагональ непустого куба, используя линейку и имея в наличии три таких куба?

Ссылка на игру-конструктор с кубиками:

grl.itch.io/cube-models

Тема 12

Текстовая задача повышенного уровня сложности

12. (3 балла) На Последнем звонке выпускники хотели запустить в небо шары. Наташа решила посчитать все шары и придумать об этом задачу. Получилось так: "Федя и Игорь имеют вместе 16 шаров; Игорь и Саша — 27 шаров; Саша и Маша — 10 шаров; Маша и Никита — 13 шаров; Никита и Федя — 12 шаров. Сколько шаров могло быть у Феде, Игоря, Саши, Маши и Никиты вместе взятых?"

Можете ли вы решить эту задачу? Напишите к ней ответ и обоснуйте его.

11. (3 балла) На некотором острове необычайно регулярный климат: по понедельникам и средам всегда идут дожди, по субботам туман, зато в остальные дни солнечно. Утром какого дня недели нужно начать свой отдых на этом острове группе туристов, если они хотят пробыть там 44 дня и захватить при этом как можно больше солнечных дней?

12. (3 балла) Винни-Пух, Пятачок и Сова решили подарить на день рождения Иа-Иа много воздушных шариков. Договорились, что Винни-Пух принесет шариков в два раза меньше, чем Сова с Пятачком вместе; и что Сова принесет в три раза больше шариков, чем Пятачок. В итоге Иа-Иа подарили 20 шариков. Докажите, что не менее 4 шариков лопнуло по дороге.

(а) Дорога от дома до школы занимает у Пети 20 минут. Однажды по дороге в школу он вспомнил, что забыл дома ручку. Если теперь он продолжит свой путь с той же скоростью, то придет в школу за 3 минуты до звонка, а если вернется домой за ручкой, то, идя с той же скоростью, опоздает к началу урока на 7 минут. Какую часть пути он прошел до того, как вспомнил о ручке?

(б) Из пункта A в пункт B вышел пешеход. Одновременно с ним из B в A выехал велосипедист. Через час пешеход оказался ровно посередине между пунктом A и велосипедистом. Ещё через 15 минут они встретились, и каждый продолжил свой путь. Сколько времени потратил пешеход на путь из A до B ? (Скорости пешехода и велосипедиста постоянны.)

12. (3 балла) Несколько друзей ходили на пляж собирать ракушки. Если Антон отдаст половину своих ракушек Борису, у всех ребят станет одинаковое число ракушек. Если вместо этого Антон отдаст все ракушки Вадиму, то у Вадима станет столько же ракушек, сколько у всех остальных вместе взятых. Сколько ребят ходило собирать ракушки?

Ответ: 6 человек.

11. (3 балла) Тренер сказал Андрею и Борису отжиматься в течение определенного времени. Андрей разбил указанное время на части по 6 минут, и между частями делает перерывы по 2 минуты. Борис разбил то же время на части по 3 минуты, и между частями делает перерывы по 1 минуте. Начали они одновременно. Кто из них быстрее завершит отжимания и на сколько минут?

Ответ: Андрей закончит выполнять отжимания на 1 минуту раньше Бориса.

(3 балла) Гулливер гонится за лилипутом. Первоначально расстояние между ними равно 6 шагам Гулливера. Пока Гулливер делает 1 шаг, лилипут пробегает 7 шагов, но один шаг Гулливера такой же длины, как 10 шагов лилипута. Сколько шагов успеет пробежать лилипут до того момента, когда Гулливер его догонит?

12. *(3 балла)* Несколько гномов под Горой добывали алмазы. Если Торин отдаст половину своих алмазов Фили, то у всех гномов алмазов станет поровну. Если же вместо этого Торин отдаст все свои алмазы Двалину, то у Двалина станет столько же алмазов, сколько у всех остальных гномов вместе взятых. Сколько гномов добывали алмазы?

11. *(3 балла)* Хома и Суслик договорились дружно поработать: таскать зернышки в течение определенного (одинакового) времени. Хома разбил это время на части по 10 минут, и между частями делает перерывы по 2 минуты. Суслик разбил то же самое время на части по 5 минут, а перерывы между частями делает по 1 минуте. Начали таскать они одновременно. Кто из них быстрее закончит и на сколько минут?

11. Манечка и Танечка тренируются прыгать через скакалочку. Они договорились прыгать в течение определенного времени. Манечка разбила это время на части по 10 минут, и между частями делает перерывы по 2 минуты. Танечка разбила то же самое время на части по 5 минут, а перерывы между частями делает по 1 минуте. Начали прыгать они одновременно. Кто из них быстрее закончит прыгать и на сколько минут?

12. Несколько ребят ходили в лес собирать грибы. Если Миша отдаст треть своих грибов Ване, то у Вани и у каждого из остальных ребят (кроме Миши) грибов станет поровну – у каждого в два раза меньше, чем осталось у Миши. Если же вместо этого Миша отдаст все свои грибы Коле, то у Коли станет столько же грибов, сколько у всех остальных ребят вместе взятых. Сколько ребят ходили собирать грибы?